

# DZIŚ I JUTRO METOD KOMPUTEROWYCH MECHANIKI

JANUSZ ORKISZ

[plorkisz@cyf-kr.edu.pl](mailto:plorkisz@cyf-kr.edu.pl)

**SEKCJA METOD KOMPUTEROWYCH MECHANIKI**

50-ta ROCZNICA POWOŁANIA KOMITETU MECHANIKI PAN

WARSZAWA, PAŁAC STASZICA

14 KWIECIEŃ 2010

## WPROWADZENIE

- ZAKRES **ZAINTERESOWANIA** SEKCJI
  - PROBLEMY MECHANIKI
  - MODELOWANIE
  - PODSTAWY MATEMATYCZNE (SFORMUŁOWANIA, ...)
  - METODY (ANALIZY, OPTYMALIZACJI)
  - NARZĘDZIA (HARDWARE, SOFTWARE)
  - ZASTOSOWANIA
- PRZEDMIOT, ZAKRES I FORMA **PREZENTACJI**
  - STAN **AKTUALNY** I PRZEWIDYWALNA **PRZYSZŁOŚĆ**
  - RAMY OGÓLNE + WYBRANE TEMATY + INNE SEKCJE

## PROBLEMY MECHANIKI - MODELOWANIE

- POTENCJALNE SPEKTRUM PROBLEMÓW – DŁUGA LISTA
  - **CIAŁO STAŁE**: TERMODYNAMIKA, MECHANIKA PĘKANIA, KOMPOZYTY, DYNAMIKA, ...
  - **PŁYNY**: RUCH TURBULENTNY, HYDRO – I HEMODYNAMIKA, DYNAMIKA OŚRODKÓW WIELOFAZOWYCH, ...
  - **PROBLEMY SPRZĘŻONE**

NAJBARDZIEJ INTENSYWNIIE ROZWIJANE OBECNIE DZIAŁY I  
NOWE WYZWANIA

- **MECHANIKA MATERIAŁÓW**, W TYM
  - MECHANIKA BIOMATERIAŁÓW**
  - NANOMECHANIKA**
- **MODELOWANIE WIELOSKALOWE**, ANALIZA

## PODSTAWY MATEMATYCZNE

- **SFORMUŁOWANIA PROBLEMÓW BRZEGOWYCH I BRZEGOWO – POCZĄTKOWYCH**
  - MOCNE, SŁABE GLOBALNE, W TYM
    - PETROVA – GALERKINA
    - WIELOPOLOWE
  - **SŁABE GLOBALNO – LOKALNE (ATLURI)**
  - UWZGLĘDNIENIE OSOBLIWOŚCI I NIECIĄGŁOŚCI (DISCONTINUOUS GALERKIN)
- **APROKSYMACJA LOKALNA** (FEM, MWLS, NURBS, ...)
- **ESTYMACJA BŁĘDU OBLICZEŃ – PODEJŚCIA ADAPTACYJNE**

## METODY ANALIZY I OPTYMALIZACJI

### - METODY NUMERYCZNE (DETERMINISTYCZNE)

#### - **MES** – STANDARD

##### ZALETY

- + UNIWERSALNOŚĆ
- + BOGATY SOFTWARE

##### WADY

- KONIECZNOŚĆ OPEROWANIA STRUKTURĄ ZŁOŻONĄ Z ELEMENTÓW, CO UTRUDNIA DODAWANIE, USUWANIE I PRZESUWANIE WĘZŁÓW; ZMNIJSZA TO EFEKTYWNOŚĆ OBLICZEŃ

#### - **MEB**

- + CZASEM MOŻE MIEĆ PRZEWAGĘ NAD **MES**: NP. MECHANIKA PĘKANIA
- OGRANICZONE ZASTOSOWANIA, NIEDOBÓR SOFTWARE

#### - **MRS**

- WERSJA KLASYCZNA: OGRANICZENIA
- BMRS: MOŻLIWOŚCI **PORÓWNYWALNE** Z **MES**

## METODY ANALIZY I OPTYMALIZACJI (CD)

- **MB** – WIELE RÓŻNYCH METOD, ZRÓŻNICOWANA EFEKTYWNOŚĆ
  - + BRAK NARZUCONEJ STRUKTURY UŁATWIA DODAWANIE, USUWANIE I PRZESUWANIE WĘZŁÓW
  - + DUŻE POTENCJALNE MOŻLIWOŚCI
  - BRAK SOFTWARE

- **METODY BIOLOGICZNIE INSPIROWANE** (METODY SZTUCZNEJ INTELIGENCJI), STOCHASTYKA
  - SIECI NEURONOWE
  - **ALGORYTMY EWOLUCYJNE**
  - **METODY IMMUNOLOGICZNE**
  - INNE

} **T.BURCZYŃSKI**

CECHY:

- + SZEROKIE ZASTOSOWANIA
- + EFEKTYWNE DLA PROBLEMÓW NIEWYPUKŁYCH I ODWROTNYCH
- + CIĄGŁY ROZWÓJ: METOD I SOFTWARE
- NISKA DOKŁADNOŚĆ, NA OGÓŁ NISKA SPRAWNOŚĆ

KIERUNEK ROZWOJU: **WZROST** EFEKTYWNOŚCI OBLICZEŃ

- **METODY HYBRYDOWE** (ŁĄCZENIE METOD)

## RODZAJE ANALIZY

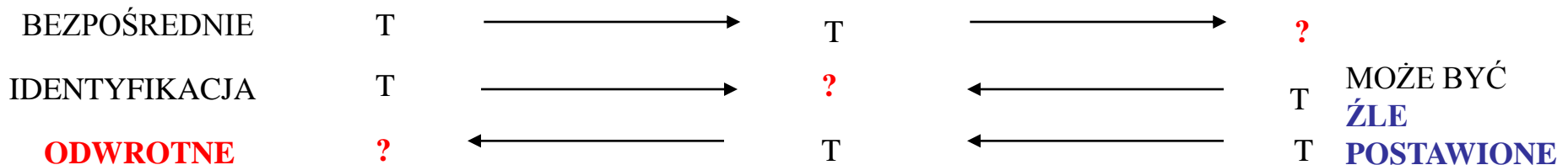
DETERMINISTYCZNA – STOCHASTYCZNA – ZASTOSOWANIE ZBIORÓW ROZMYTYCH

- **SYMULACJA** (NP. POMIARÓW EKSPERYMENTALNYCH, WARIANTÓW PROJEKTU, ...)

- **ANALIZA PROBLEMÓW ODWROTNYCH I IDENTYFIKACJA**



TYP PODEJŚCIA



- **PODEJŚCIE HYBRYDOWE** W

SFORMUŁOWANIU PROBLEMÓW (NP. TEORIA, EKSPERYMENT, HEURYSTYKA)

- **MODELOWANIE I OBLICZENIA WIELOSKALOWE (W.CECOT)**

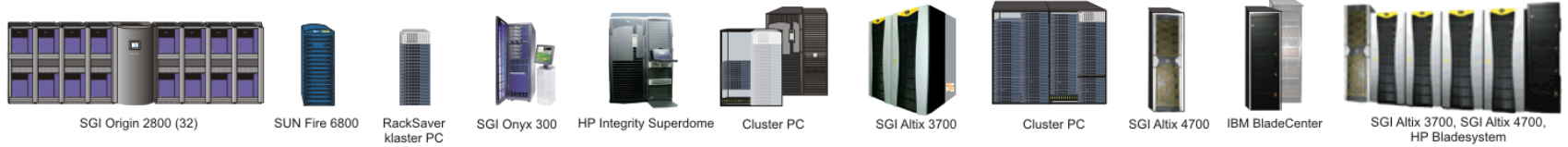
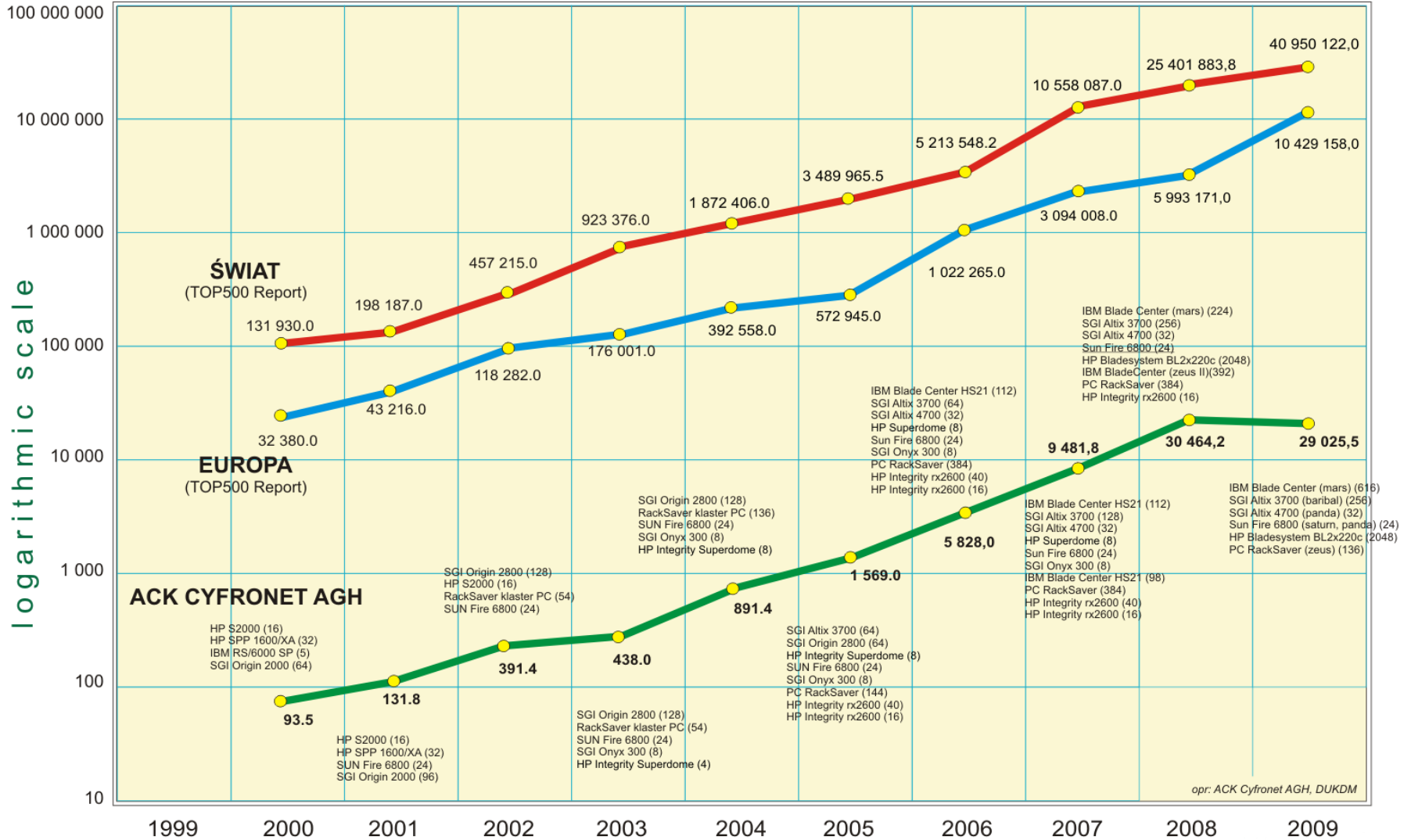
## NARZĘDZIA ANALIZY – HARDWARE I SOFTWARE

- **WZROST MOCY OBLICZENIOWEJ**: SUPER KOMPUTERY, KLASTRY
- **ALGORYTMY** - OBLICZENIA **RÓWNOLEGŁE I ROZPROSZONE**
- **SOFTWARE** – (MES I INNE)

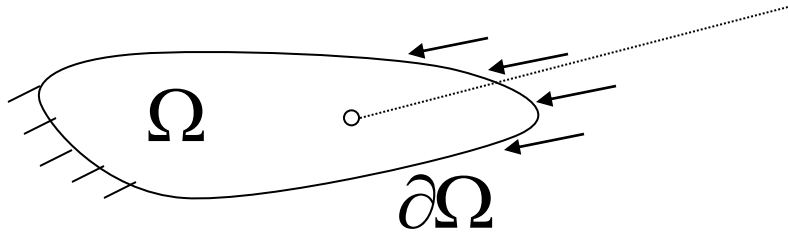


# ZAINSTALOWANA MOC OBLICZENIOWA - R<sub>peak</sub>

[GF/s]



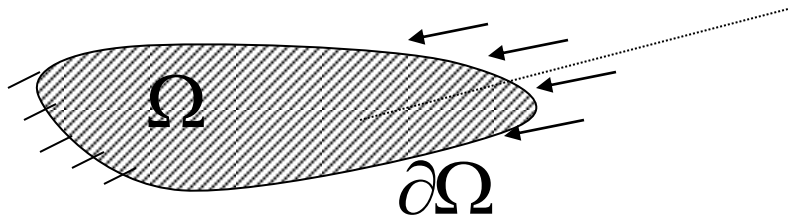
SFORMUŁOWANIE **LOKALNE**



$$\begin{cases} \mathcal{L}u = f \\ \mathcal{G}u = g \end{cases} \quad u = u(P) \quad \begin{cases} P \in \Omega \\ P \in \partial\Omega \end{cases}$$

$\mathcal{L}, \mathcal{G}$  - OPERATORY RÓŻNICZKOWE

SFORMUŁOWANIE **GLOBALNE**



**FUNKCJONAŁ**

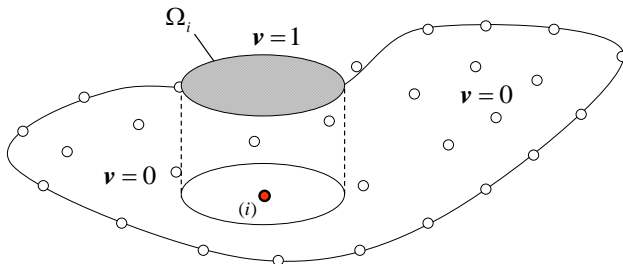
$$I(u) = \frac{1}{2} B(u, u) - Lu$$

**ZASADA WARIACYJNA**

$$B(u, v) = L(v) \quad \text{for } v \in V$$

$$B(u, v) \geq L(v) \quad \text{for } v \in V_{adm}$$

SFORM. **GLOBALO** – **LOKALNE**



ZASADA WARIACYJNA SPEŁNIONA DLA **PODOBSZARÓW**  $\Omega_i$  PRZYPISANYCH NP. DO KOLEJNYCH WĘZŁÓW

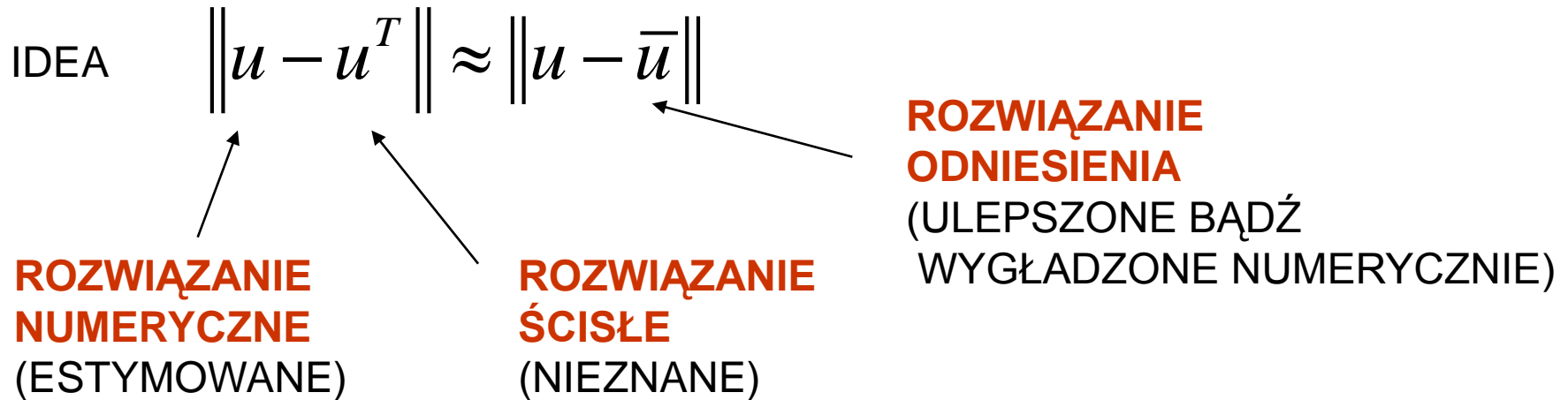
$$B(u, v) = L(v) \quad \text{for } v \in V$$

$$B(u, v) \geq L(v) \quad \text{for } v \in V_{adm}$$

$$\Omega_i, \quad i = 1, \dots, N$$

## WIARYGODNOŚĆ OBLICZEŃ

- **ESTYMACJA** BŁĘDÓW A'POSTERIORI
- **ADAPTACJA**

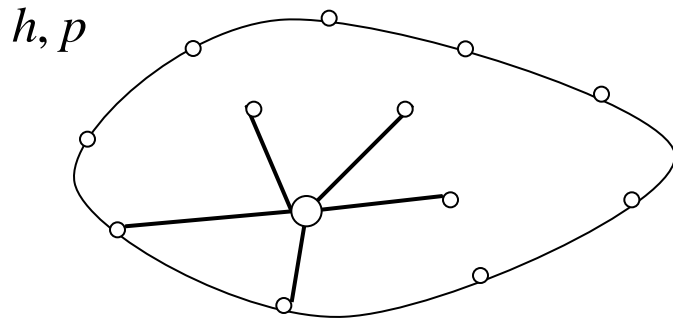


## RODZAJE ESTYMATORÓW

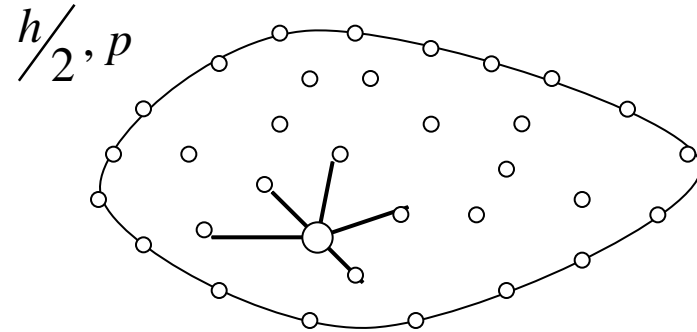
- **LOKALNE** (W PUNKCIE) I **GLOBALNE** (NA PODOBSZARZE, ELEMENCIE, ...)
- **STANDARDOWE** I **ZORIENTOWANE NA CEL** („GOAL ORIENTED”)
- **HIERARCHICZNE** (p,h,HO), **WYGŁADZENIOWE** (ZZ, HO), **RESIDUALNE**,  
**INTERPOLACYJNE**

## GLOBALNA ESTYMACJA BŁĘDU A-POSTERIORI – OPERATORY HIERARCHICZNE W BMRS

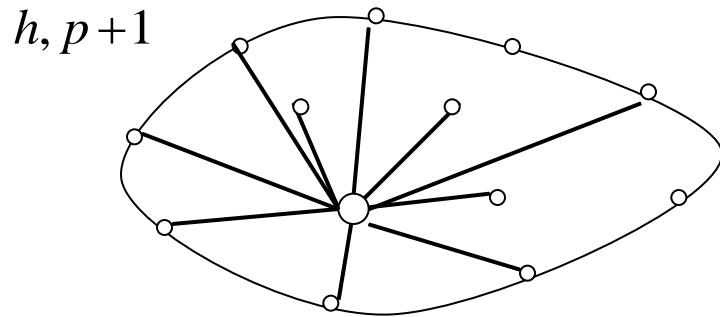
IDEA: ZNALEŹĆ **ROZWIĄZANIE ODNIESIENIA** Z **ULEPSZONEGO** MODELU DYSKRETNEGO



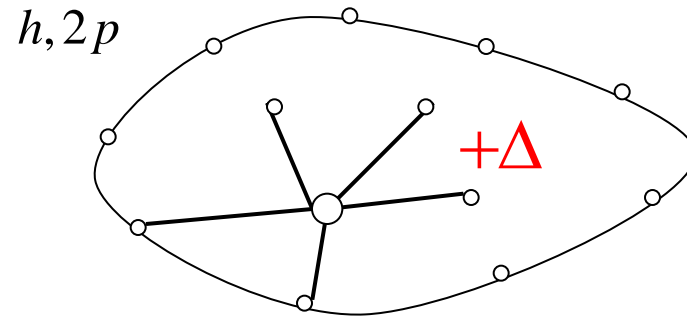
**ORIGINALNY** PROBLEM



**h – HIERARCHICZNY** ESTYMATOR



**p – HIERARCHICZNY** ESTYMATOR

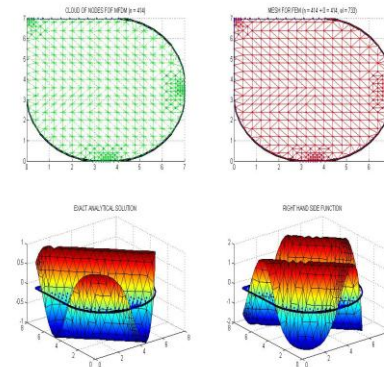


**HIERARCHICZNY** ESTYMATOR  
PODWYŻSZEGO RZĘDU

## ESTYMACJA BŁĘDU - PRZYKŁAD

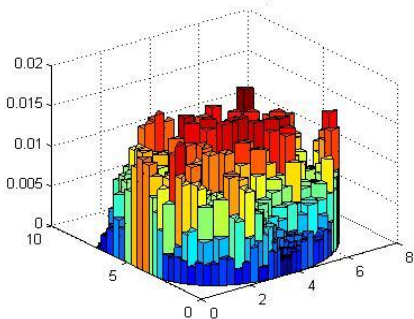
$$\begin{cases} \nabla^2 u = f & \text{in } \Omega \\ u = \bar{u} & \text{on } \partial\Omega \end{cases}$$

$$i = 1 + \frac{\| \|e\| - \|\eta\| \|}{\|e\|}$$

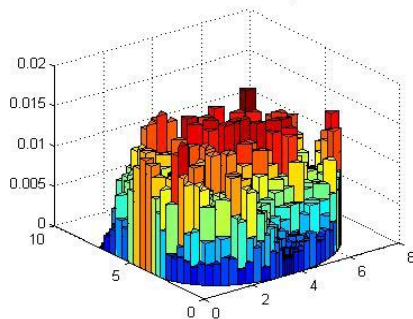


## ESTYMACJA ROZWIĄZANIA BMRS

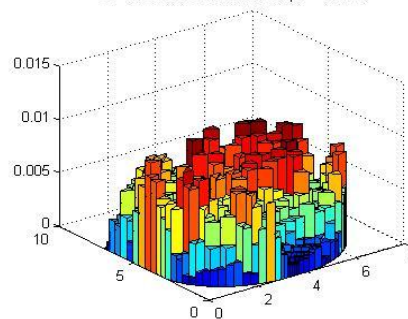
MFDM : EXACT, I = 1



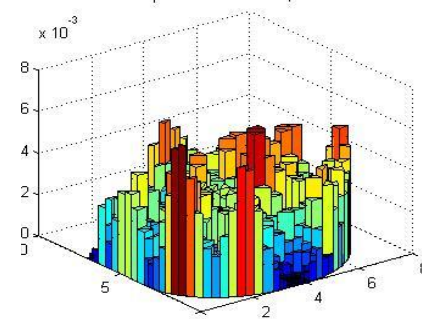
MFDM : HO-HIERARCHIC, I = 1.006



MFDM : h-HIERARCHIC, I = 1.399

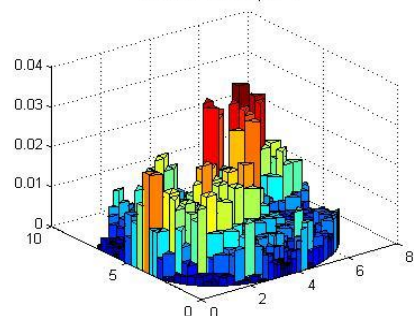


MFDM : p-HIERARCHIC, I = 1.673

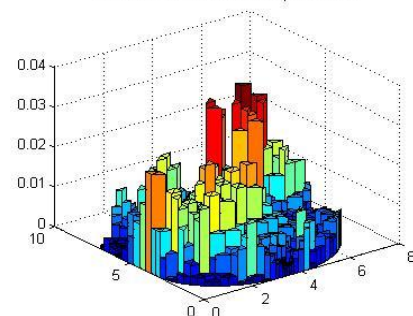


## ESTYMACJA ROZWIĄZANIA MES

FEM : EXACT, I = 1

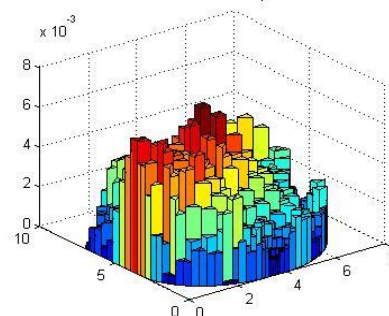


FEM : HO-HIERARCHIC, I = 1.005



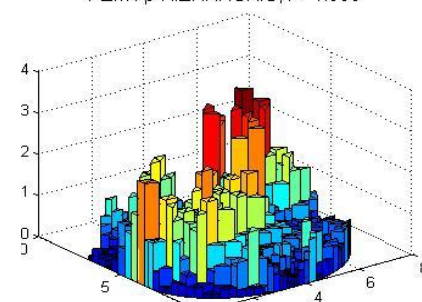
h- HIERARCHICZNY

FEM : h-HIERARCHIC, I = 1.676



p- HIERARCHICZNY

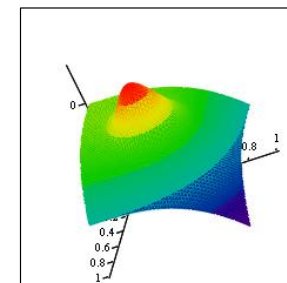
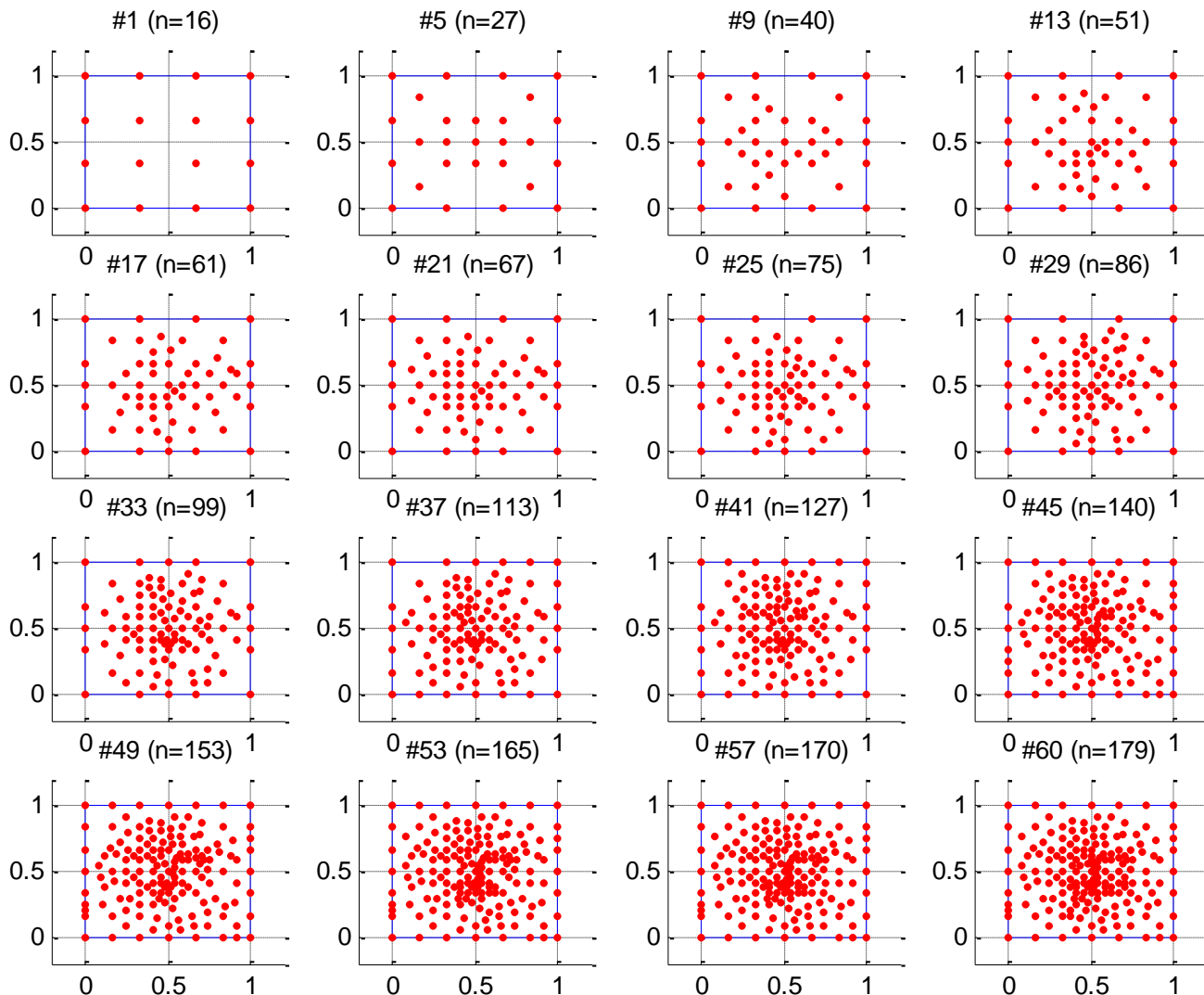
FEM : p-HIERARCHIC, I = 1.008



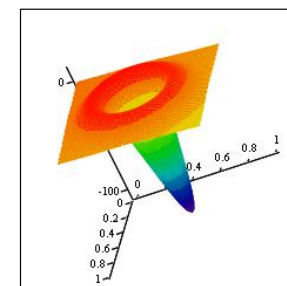
HO- HIERARCHICZNY

## ADAPTACJA WĘZŁÓW - PRZYKŁAD

$$\begin{cases} \nabla^2 u = f & \text{in } \Omega \\ u = \bar{u} & \text{on } \partial\Omega \end{cases}$$



$u_2$



$Lu_2$

# METODY BEZSIATKOWE

---

## METODY BEZSIATKOWE – DEFINICJA:

*METODY, W KTÓRYCH **APROKSYMACJA FUNKCJI** JEST ZBUDOWANA  
WYŁĄCZNIE NA WIELKOŚCIACH **WĘZŁOWYCH***

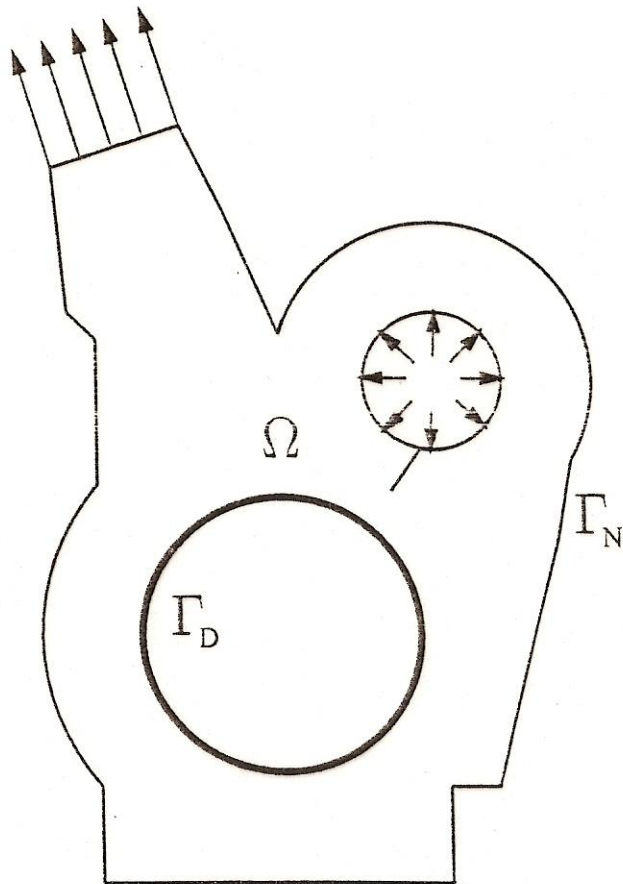
*TE **WĘZŁY** MOGĄ BYĆ ROZMIESZCZONE **ZUPEŁNIE DOWOLNIE***

*I NIE SĄ ZWIĄZANE ZE SOBĄ **ŻADNĄ STRUKTURĄ** TYPU*

*- **ELEMENT SKOŃCZONY** (MES)*

*- **SIATKA REGULARNA** (KLASYCZNA MRS), LUB TAKĄ,  
KTÓRA WYMAGA **ODWZOROWANIA** NA SIATKĘ REGULARNĄ*

## SFORMUŁOWANIE **LOKALNE** (MOCNE)



$$\begin{aligned} -\nabla \cdot A \nabla u &= f & \text{w } \Omega \\ u &= \bar{u} & \text{na } \Gamma_D \\ n \cdot A \nabla u &= g & \text{na } \Gamma_N \end{aligned}$$

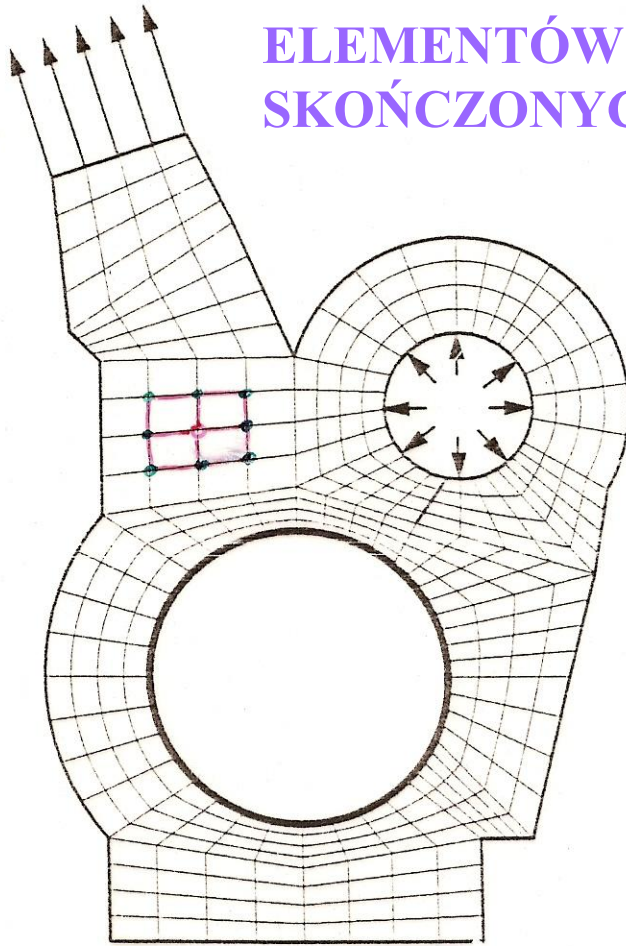
$$\sigma = A \nabla u = \textit{flux}$$

$$A = A(x) = \textit{modulus}$$

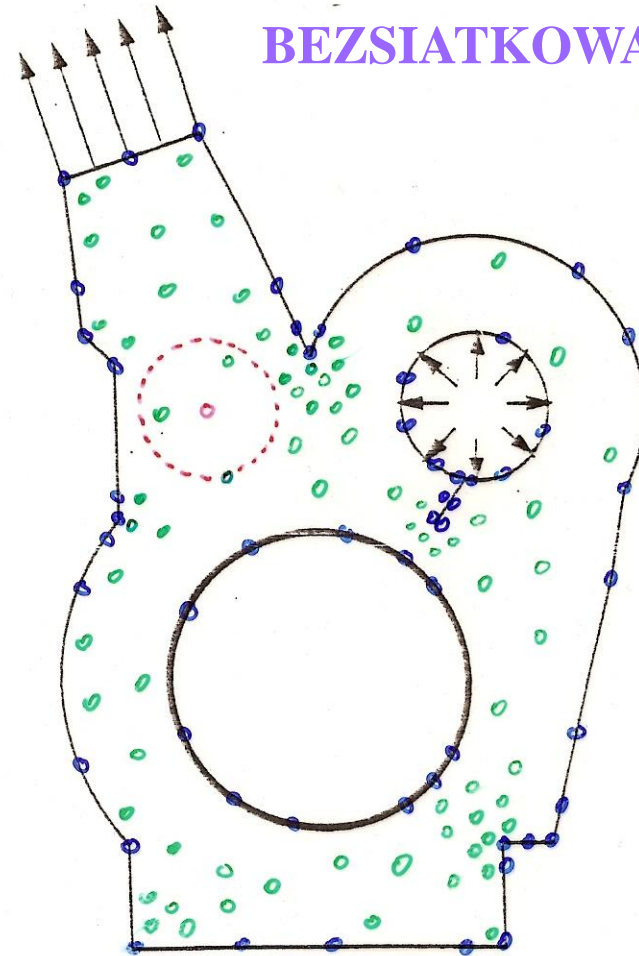


## ROZWIĄZANIA NUMERYCZNE

METODA  
ELEMENTÓW  
SKOŃCZONYCH



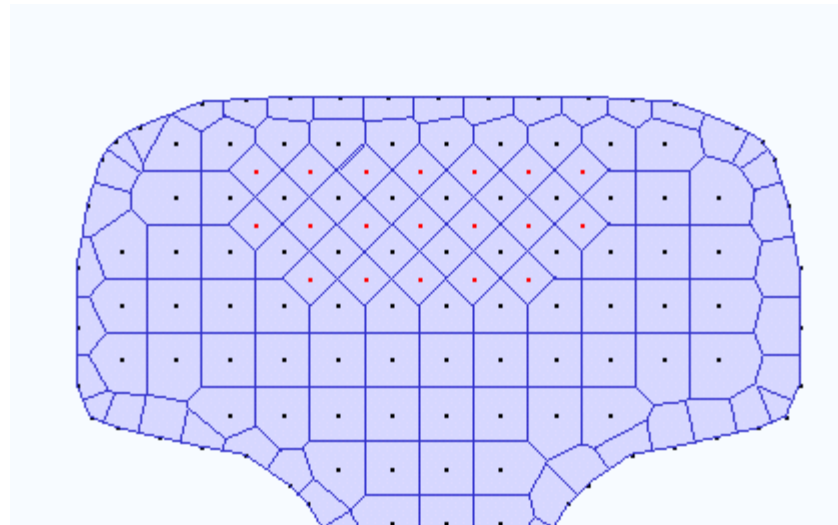
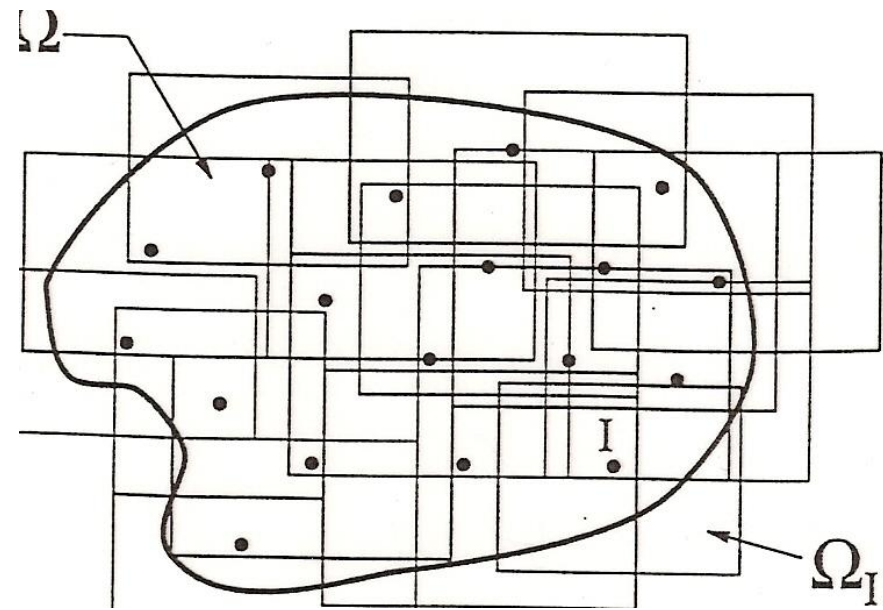
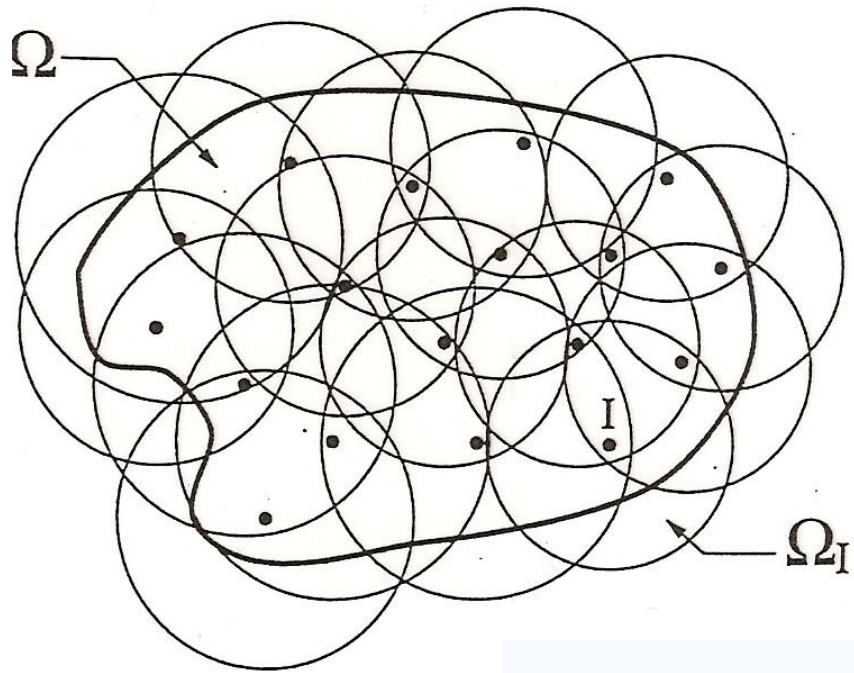
METODA  
BEZSIATKOWA



$$\bar{\Omega} = \bigcup_{k=1}^{nelem} \bar{\Omega}_k$$

# PODOBSZARY LOKALNEJ APROKSYMACJI

---



# KONCEPCJA METODY **ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH** (MES)

---

- DANA JEST **SIATKA WĘZŁÓW**

- WĘZŁY SĄ **ZWIĄZANE STRUKTURĄ** ELEMENTÓW (CHOĆBY NIEREGULARNĄ)
- **WPROWADZANIE, USUWANIE LUB PRZEMIESZCZANIE** POJEDYNCZYCH WĘZŁÓW MOŻLIWE ALE KŁOPOTLIWE

- **APROKSYMACJA** FUNKCJI OPARTA JEST NA **ELEMENTACH**

$$u(x) \approx u^h(x) = \sum_i N_i(x) \cdot u_i$$

WŁASNOŚĆ **FUNKCJI KSZTAŁTU** (KONSYSTENTNOŚĆ)

$$\sum_i N_i(x) = 1$$

- KŁOPOTY: RUCHOMA GRANICA OBSZARU, DUŻE PRZEMIESZCZENIA, REMESHING
- ŚRODKI ZARADCZE: ZBUDOWAĆ APROKSYMACJĘ OPARTĄ NA **WĘZŁACH** A **NIE** NA **ELEMENTACH**  
UŁATWIĆ DOKŁADANIE, USUWANIE I PRZESUWANIE **POSZCZEGÓLNYCH WĘZŁÓW**

# KONCEPCJA METOD **BEZSIATKOWYCH** (MB)

---

- DANY JEST **ZBIÓR DOWOLNIE ROZMIESZCZONYCH WĘZŁÓW**, KTÓRE
  - **NIE SĄ ZWIĄZANE** ŻADNĄ **STRUKTURĄ** (ELEMENTY, SIATKA)
  - MOŻNA **DOWOLNIE** USUWAĆ, PRZEMIESZCZAĆ, MOŻNA DO NICH DODAWAĆ NOWE WĘZŁY
- **APROKSYMACJA** FUNKCJI OPARTA JEST NA **WĘZŁACH**

$$u(x) \approx u^h(x) = \sum_i \Phi_i u_i$$

WŁASNOŚĆ **PSEUDO-FUNKCJI KSZTAŁTU** (KONSYSTENTNOŚĆ)

$$\sum_i \Phi_i(x) = 1$$

- UWAGA: PSEUDO-FUNKCJE KSZTAŁTU W MB MOGĄ BYĆ GENEROWANE PRZEZ **ROZMAITE** METODY **LOKALNEJ** APROKSYMACJI

# KONCEPCJA METODY **ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH** (MES) (cd)

## • DYSKRETYZACJA MES

SFORMUŁOWANIE **LOKALNE** - KOLLOKACJA

$$u^h(x) = \sum_i N_i u_i$$

$$-\nabla \cdot A \nabla u = f \quad \text{w } \Omega$$

$$-\sum_i (\nabla A \nabla N_i(x)) u_i = f_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

SFORMUŁOWANIE **GLOBALNE** (WARIACYJNE) – GALERKINA

$$\mathcal{B}(u, v) = \mathcal{L}(v)$$

$$\mathcal{B}\left(\sum_i N_i(x) u_i, \sum_i N_i(x) v_i\right) = \mathcal{L}\left(\sum_i N_i(x) v_i\right)$$

**DYSKRETNE** RÓWNANIA PROBLEMU

$$\mathbf{Kq} = \mathbf{f}, \quad \mathbf{q} = \{u_1, \dots, u_n\}$$

$$\mathbf{f} = \{f_1, \dots, f_n\}$$

# KONCEPCJA METOD **BEZSIATKOWYCH** (MB) (cd)

## • DYSKRETYZACJA MES

SFORMUŁOWANIE **LOKALNE** - KOLOKACJA

$$u^h(x) = \sum_i \Phi_i u_i$$

$$-\nabla \cdot A \nabla u = f \quad \text{w } \Omega \quad \longrightarrow \quad -\sum_i (\nabla A \nabla \Phi_i(x)) u_i = f_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

SFORMUŁOWANIE **GLOBALNE** (WARIACYJNE) – GALERKINA

$$\mathcal{B}(u, v) = \mathcal{L}(v) \quad \longrightarrow \quad \mathcal{B}\left(\sum_i \Phi_i(x) u_i, \sum_i \Phi_i(x) v_i\right) = \mathcal{L}\left(\sum_i \Phi_i(x) v_i\right)$$

**DYSKRETNE** RÓWNANIA PROBLEMU

$$Kq = f, \quad q = \{u_1, \dots, u_n\}$$

$$f = \{f_1, \dots, f_n\}$$

UWAGI

- PODSTAWOWE PYTANIE MB:

**JAK GENEROWAĆ**  $\Phi_i(x)$  ORAZ  $\Phi_{i,x}, \Phi_{i,y}, \Phi_{i,xx}, \dots$

- ZNAJOMOŚĆ  $\Phi_i, \Phi_{i,x}, \dots$  **NIE JEST KONIECZNA W CAŁYM** OBSZARZE  $V$ , WYSTARCZY ZNAĆ ICH WARTOŚCI W **PUNKTACH** KOLOKACJI (WĘZŁACH), I/LUB CAŁKOWANIA

- OKREŚLENIE  $\Phi$  JEST RÓŻNE W ROZMAITYCH MB

# LISTA METOD BEZSIATKOWYCH

---

1.	MESHLESS FINITE DIFFERENCE METHOD		MFDM
2.	SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS (SPH)		SPH
3.	FINITE SUPPORT KERNAL METHOD (FSKM)		SPH
4.	MULTIPLE SCALE REPRODUCING KERNAL METHOD (MSRKM)		SPH
5.	WAVELET REPRODUCING KERNAL PARTICLE METHOD (WRKPM)		SPH
6.	MOVING LEAST SQUARE REPRODUCING KERNAL METHOD (MLSRKM)		SPH
7.	PSEUDO DIVERGENCE-FREE ELEMENT FREE GALERKIN METHOD		MFDM
8.	CORRECTED SMOOTH PARTICLE HYDRODYNAMICS (CSPH)		SPH
9.	MLSPH – METHOD: MOVING LEAST SQUARES		SPH
10.	MESHFREE METHODS (MM)		MFDM
11.	HAMILTONIAN PARTICLE – MESH METHOD		PM
12.	MULTI-LEVEL MESHLESS METHOD		MFDM
13.	PARTICLE-PARTITION OF UNITY METHOD (PPUM)		PU
14.	FINITE VOLUME – PARTICLE METHOD (FVPM)	FV	
15.	UPWIND FINITE POINT SET METHOD (UFPSM)		MFDM
16.	GALERKIN PARTICLE METHOD (GPM)		PM
17.	DISTINCT ELEMENT METHOD (DEM)		
18.	ADVANCE DIFFRACTION METHODS (ADM)		EFG
19.	STOCHASTIC WEIGHTED PARTICLE METHOD (SWPM)		SPH
20.	FINITE-COVER BASED ELEMENT FREE METHOD (FCEFM)		EFG

# LISTA METOD BEZSIATKOWYCH (cd)

---

21.	FINITE MASS METHOD (FMM)	PIC
22.	MULTI-SCALE MESHFREE PARTICLE METHOD (MSMPM)	RBF-PM
23.	MULTI-QUADRICS METHOD (MQM)	RBF-PM
24.	RADIAL BASIS FUNCTION – BASED ON MESHLESS BOUNDARY KNOT METHODS	MFDM
25.	BOUNDARY PARTICLE METHODS (BPM)	BMP
26.	MATRIX-FREE MULTILEVEL MOVING LEAST SQUARES METHODS	MFDM
27.	MOVING LEAST-SQUARE REPRODUCING KERNEL METHOD (MLSRKM)	KPM
28.	RBF COLLOCATION METHODS	KM
29.	DIFFUSE ELEMENT METHOD (DEM)	
30.	ELEMENT FREE GALERKIN (EFG)	EFG
31.	REPRODUCING KERNEL PARTICLE METHOD (RKPM)	KPM
32.	FINITE POINT METHOD, FREE MESH METHOD (FPM)	FDM
33.	FINITE SPHERES METHOD (FSM)	PU
34.	PARTITION OF UNITY FINITE ELEMENT (PUFEM)	PU
35.	EXTENDED FEM (XFEM)	PU
36.	FINITE VOLUME PARTICLE – IN – CELL (PIC)	PIC
37.	MATERIAL POINT METHOD (MPM)	PIC
38.	LOCAL BOUNDARY INTEGRAL EQUATION (LBIE)	
39.	MESHLESS LOCAL PETROV-GALERKIN METHOD (MLPGM)	MLPG
40.	NATURAL ELEMENT METHOD (NEM)	NEM
41.	CORRECTIVE SPH (CSPH)	SPH



# KLASYFIKACJA METOD BEZSIATKOWYCH

---

## **KRYTERIUM KLASYFIKACJI: TYP UŻYTEJ APROKSYMACJI**

### **(i) METODY OPARTE NA METODZIE LOKALNEJ APROKSYMACJI WAŻONYMI NAJMNIEJSZYMI KROCZĄCYMI KWADRATAMI (MWLS)**

- BEZSIATKOWA METODA RÓŻNIC SKOŃCZONYCH (BMRS)

*Meshless Finite Difference Method (MFDM)*

*Jensen 72; Nay, Utku 72, Wyatt et al.. 75; Perrone et al.. 75;*

*Liszka, Orkisz 76*

- ELEMENT FREE GALERKIN (EFG)

*Belytschko et al.. 94*

- DIFFUSIVE ELEMENT METHOD (DEM)

*Villon et al. 92*

- FINITE POINT METHOD (FPM)

*Oñate, Idelsohn et al. 94*

### **(ii) METODY APROKSYMACJI JĄDRA CAŁKOWEGO**

- SMOOTH PARTICLE HYDRODYNAMICS (SPH)

*Lucy 77; Gingold, Monaghan 77*

- REPRODUCING KERNEL PARTICLE METHOD (RKPM)

*Liu et al. 96*

# KLASYFIKACJA METOD BEZSIATKOWYCH (cd)

---

## (iii) METODY PODZIAŁU JEDNOŚCI

- PARTITION OF UNITY FEM (PUFEM)

*Babushka, Melenk 96*

- HP-CLOUDS

*Duarte, Oden 95*

## (iv) METODY ELEMENTÓW NATURALNYCH (MEN)

*Traversoni 94; Braun, Sambridge 95; Sukumar et al. 98*

## (v) PARTICLE IN CELL TYPE METHODS (PIC)

*Brackbill et al. 86; Li, Liu review – 2002*

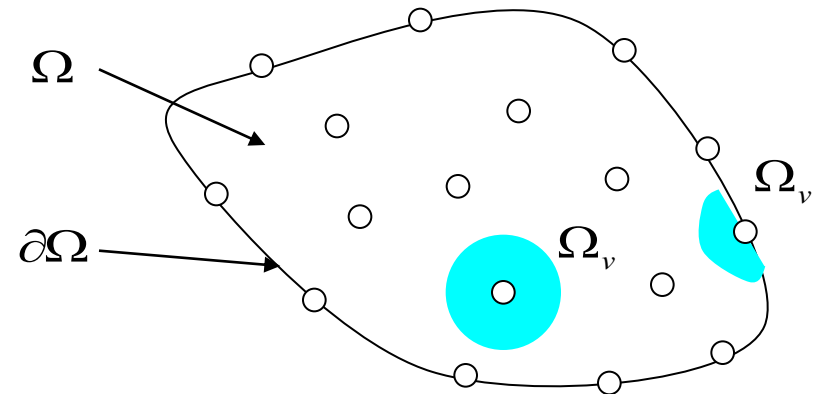
## (vi) INNE METODY BEZSIATKOWE

- MESHLESS LOCAL PETROV – GALERKIN

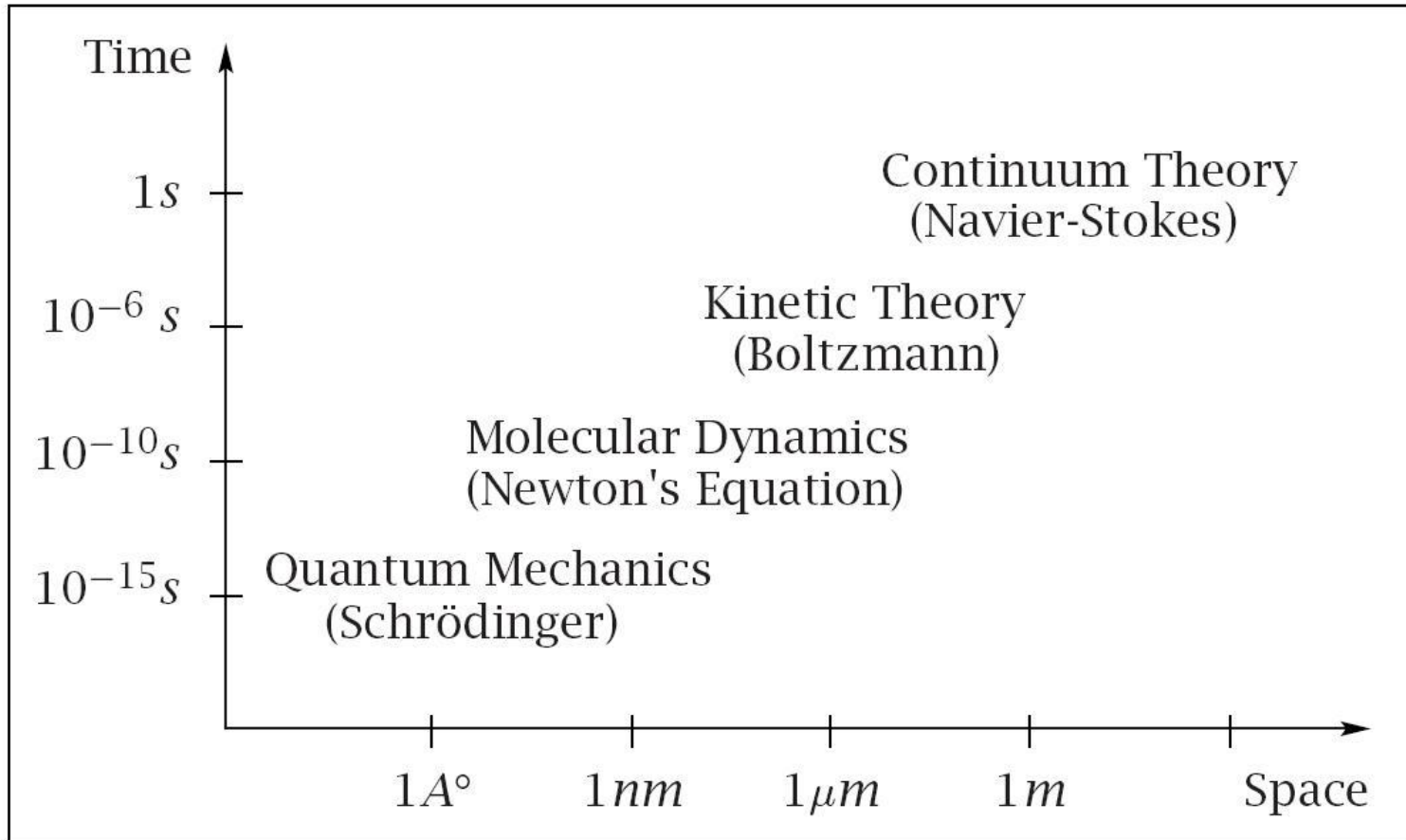
*Atluri et al. 98*

- FINITE VOLUME METHODS

*Heinrich 88*



# Homogenizacja numeryczna – obliczenia wieloskalowe



Weinan E and Bjorn Engquist, *Multiscale Modeling and Computation*, Notices of the American Mathematical Society, vol.50, no.9 (2003)

# Homogenizacja numeryczna – obliczenia wieloskalowe

**HOMOGENIZACJA** – zastąpienie właściwości ośrodka niejednorodnego przez właściwości efektywne ośrodka jednorodnego

- fenomenologiczna

- matematyczna

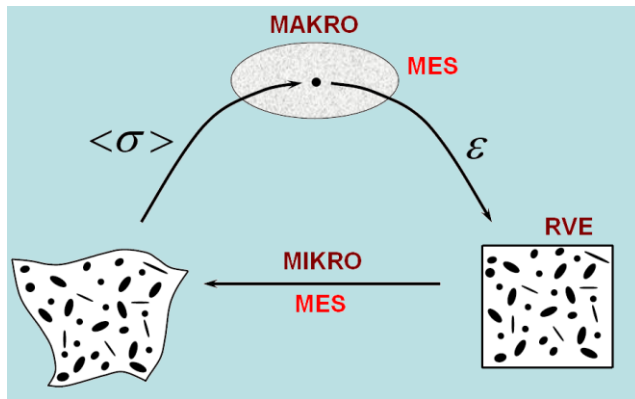
$$\varepsilon = l/L,$$

$$u^0(x, y, z) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} u(\varepsilon, x, y, z)$$

- numeryczna**

$$l \ll L$$

w punkcie całkowania



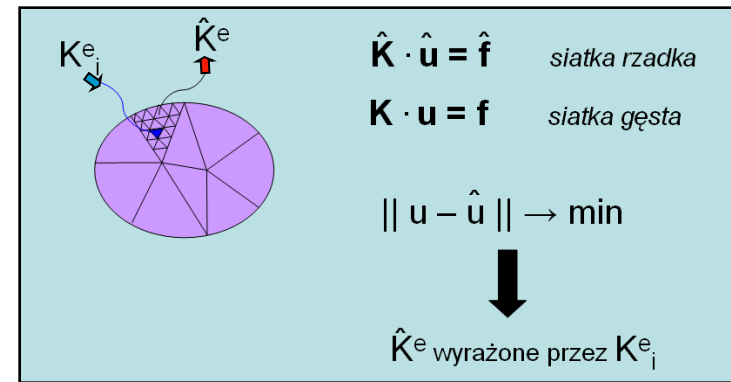
**FE<sup>2</sup> (MM<sup>2</sup>, FE \* MM, ...)**

**CAFE**

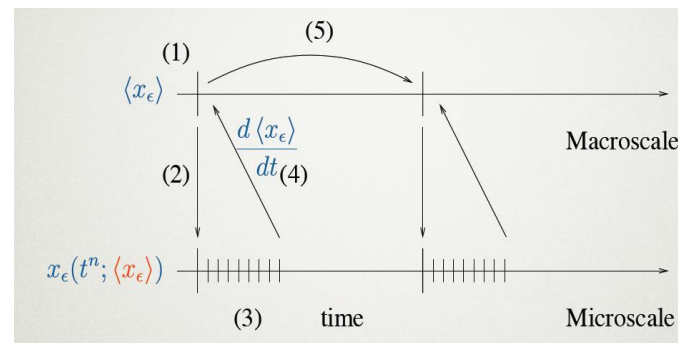
**lattice**

...

w elemencie

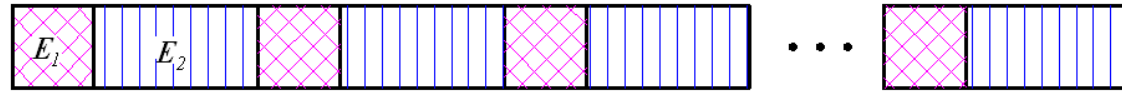


w czasie

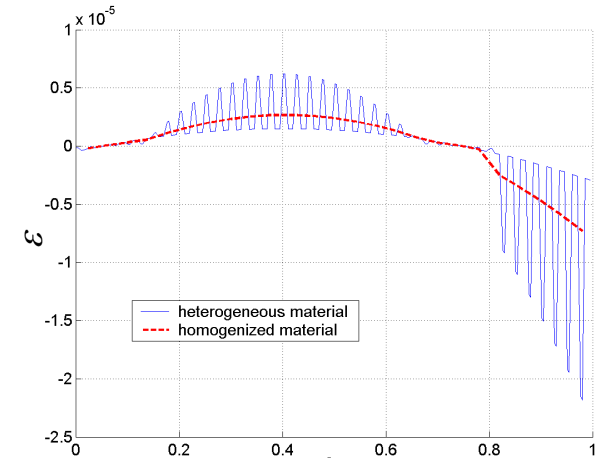
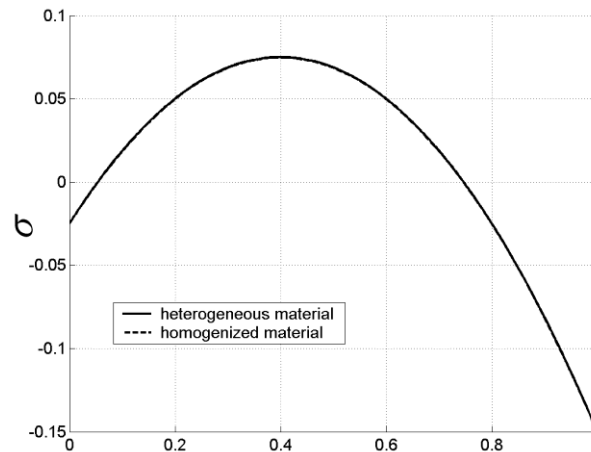
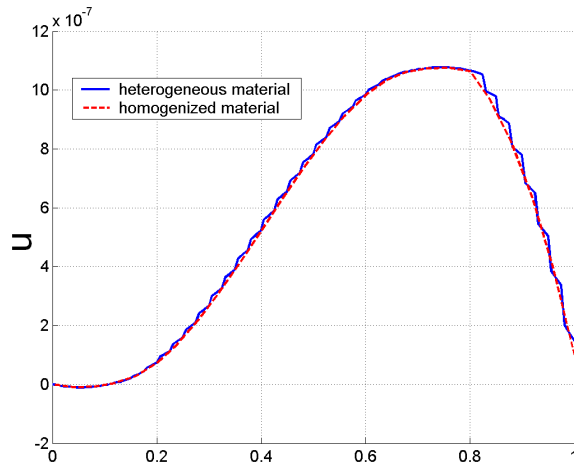
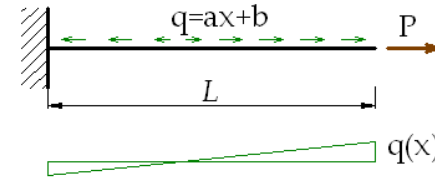
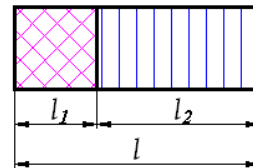


# Homogenizacja numeryczna – obliczenia wieloskalowe

## Przykład 1D



RVE



Błąd homogenizacji = ?



# Homogenizacja numeryczna – obliczenia wieloskalowe

## AKTUALNIE ROZWIJANE

Nieliniowości:

- *fizyczna*
- *duże deformacje*
- *pękanie*

Procesy zależne od czasu:

- *dojrzewanie betonu*
- *starzenie materiałów*

Oszacowanie błędu homogenizacji, adaptacja

Stosowanie różnych metod obliczeniowych

Równoległość obliczeń

Modele stochastyczne

Nanomateriały

• • •

Obliczenia bezpośrednie

**GLÓWNY CEL: NUMERYCZNY MATERIAŁ (DIGITAL MATERIAL)**

## ZASTOSOWANIA

KOSMONAUTYKA

NANOTECHNOLOGIA

PRZEMYSŁ LOTNICZY

CHEMIA

BUDOWA MASZYN

MIKROBIOLOGIA

BUDOWNICTWO

**MEDYCINA**

W TYM

ZAGADNIENIA SPRZĘŻONE (MECHANIKA-CHEMIA-ELEKTROMEAGNETYKA, BIOLOGIA)

METODY HYBRYDOWE (TEORIA, EKSPERYMENTY, NUMERYKA)

MECHANIKA MATERIAŁÓW I KONSTRUKCJI W WARUNKACH SPECJALNYCH:

POŻARY,

BARDZO WYSOKIE TEMPERATURY,

ATAK TERRORYSTYCZNY



## UWAGI KOŃCOWE

„WSZYSTKO **MOŻNA** DZIŚ ROZWIĄZAĆ” – ISTNIEJE JEDNAK  
PROBLEM **CZASU I KOSZTÓW**

- WARTO ZATEM DALEJ **ROZWIJAĆ MODELE** ORAZ **METODY I  
NARZĘDZIA** ANALIZY